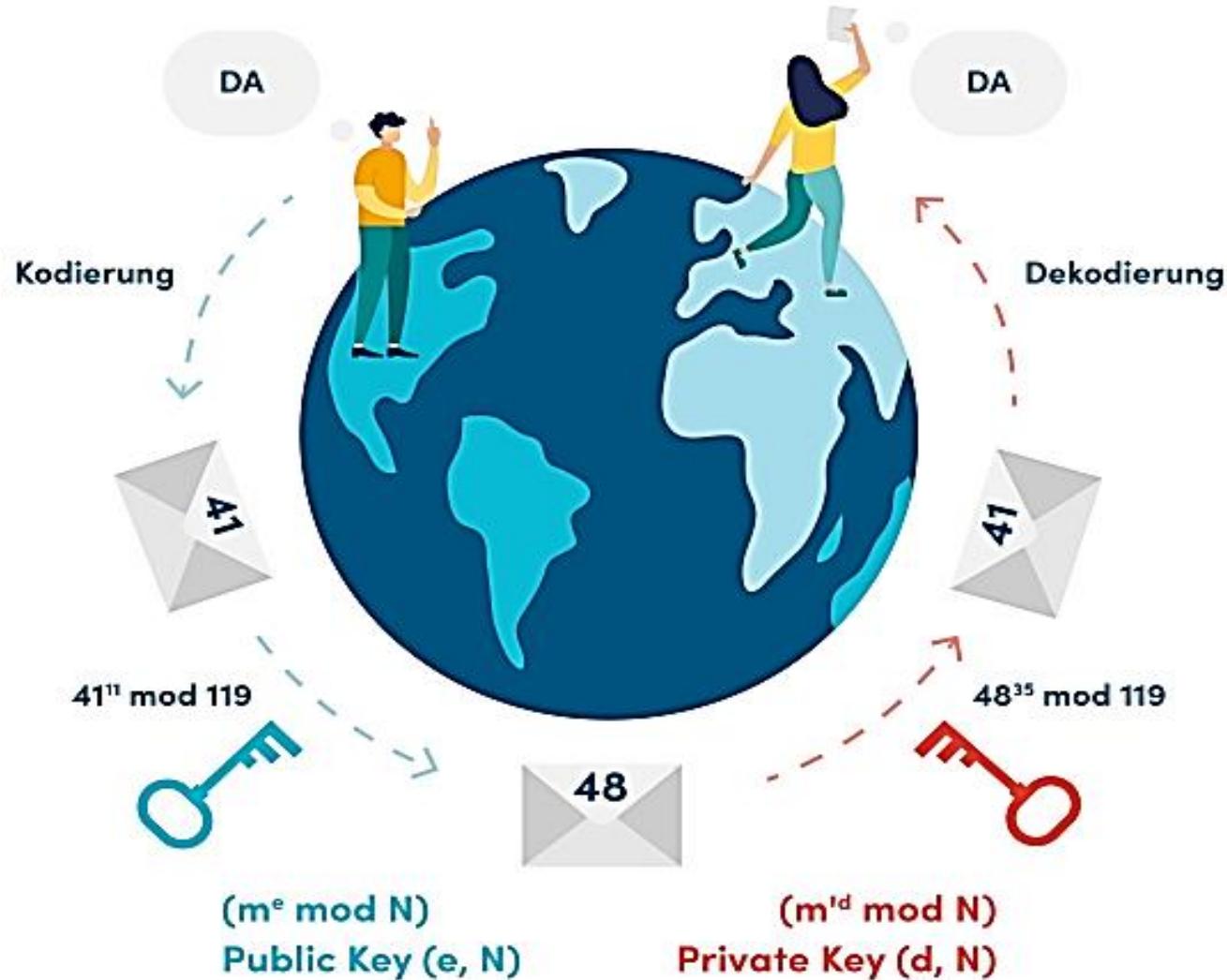


RSA-Verfahren



Asymmetrischer Schlüssel - RSA



Das RSA Verfahren *(mit kleinen Beispielwerten)*

1 Wähle p und q zwei große Primzahlen.

Berechne $N = p \cdot q$.

Nächste Seite geht es weiter!

Asymmetrischer Schlüssel - RSA



Das RSA Verfahren (*mit kleinen Beispielwerten*)

1 Wähle p und q zwei große Primzahlen. 11 und 17

Berechne $N = p \cdot q$.

$$N = 11 \cdot 17 = 187$$

Nächste Seite geht es weiter!

Asymmetrischer Schlüssel - RSA



Das RSA Verfahren (*mit kleinen Beispielwerten*)

1 Wähle p und q zwei große Primzahlen. 11 und 17

Berechne $N = p \cdot q$.

$$N = 11 \cdot 17 = 187$$

2 öffentlicher Schlüssel zum Chiffrieren: (e , N)

Wähle e . Eine ungerade Zahl mit $1 < e < N$ und teilerfremd zu $z = (p - 1) \cdot (q - 1)$

Asymmetrischer Schlüssel - RSA



Das RSA Verfahren (*mit kleinen Beispielwerten*)

1 Wähle p und q zwei große Primzahlen. 11 und 17

Berechne $N = p \cdot q$.

$$N = 11 \cdot 17 = 187$$

2 öffentlicher Schlüssel zum Chiffrieren: (e , N)

Wähle e . Eine ungerade Zahl mit $1 < e < N$ und teilerfremd zu $z = (p - 1) \cdot (q - 1)$

$$(11 - 1) \cdot (17 - 1) = 160 \rightarrow z. B. e = 7, \\ \text{weil } 7 < 187 \text{ und } 7 \nmid 160$$

Asymmetrischer Schlüssel - RSA



was bisher geschah...

$$p = 11, q = 17, z = 160$$

$$N = 187, e = 7 \text{ (öffentlich)}$$

3 geheimer Schlüssel zum Dechiffrieren: ($d; N$)

Bestimme ein d , so das gilt:

$$e \cdot d \bmod z \equiv 1$$

Asymmetrischer Schlüssel - RSA



was bisher geschah...

$$p = 11, q = 17, z = 160$$

$$N = 187, e = 7 \text{ (öffentlich)}$$

3 geheimer Schlüssel zum Dechiffrieren: ($d; N$)

Bestimme ein d , so das gilt:

$$e \cdot d \bmod z \equiv 1$$

$$161 \bmod 160 \equiv 1$$

Asymmetrischer Schlüssel - RSA



was bisher geschah...

$$p = 11, q = 17, z = 160$$

$$N = 187, e = 7 \text{ (öffentlich)}$$

3 geheimer Schlüssel zum Dechiffrieren: ($d; N$)

Bestimme ein d , so das gilt:

$$e \cdot d \bmod z \equiv 1$$

$$161 \bmod 160 \equiv 1 \rightarrow 161 : 7 = 23$$

$$\rightarrow (7 \cdot 23) \bmod 160 \equiv 1$$

$$\rightarrow d = 23$$

Asymmetrischer Schlüssel - RSA



was bisher geschah...

$$p = 11, q = 17, z = 160$$

$$N = 187, e = 7 \text{ (öffentlich)}$$

3 geheimer Schlüssel zum Dechiffrieren: ($d; N$)

Bestimme ein d , so das gilt:

$$e \cdot d \bmod z \equiv 1$$

$$161 \bmod 160 \equiv 1 \rightarrow 161 : 7 = 23$$

$$\rightarrow (7 \cdot 23) \bmod 160 \equiv 1$$

$$\rightarrow d = 23$$

$$N = 187, d = 23 \text{ (privat)}$$

Es ist kein direkter Zusammenhang zwischen e , d und N erkennbar.

Asymmetrischer Schlüssel - RSA



Ein Zeichen (z.B. Buchstaben) der Nachricht kann nun verschlüsselt und entschlüsselt werden.

e, N ist der **öffentlichen RSA-Schlüssel**.
d, N ist der **private RSA-Schlüssel**.

Verschlüsseln

$$V \equiv K^e \pmod{N}$$



Entschlüsseln

$$K \equiv V^d \pmod{N}$$



Asymmetrischer Schlüssel - RSA



Ein Zeichen (z.B. Buchstaben) der Nachricht kann nun verschlüsselt und entschlüsselt werden.

e, N ist der **öffentlichen RSA-Schlüssel**.
d, N ist der **private RSA-Schlüssel**.

Verschlüsseln

$$V \equiv K^e \pmod{N}$$

Entschlüsseln

$$K \equiv V^d \pmod{N}$$

$$N = 187, e = 7, d = 23$$

$H (-> 72): 72^7 \pmod{187} \equiv 30$

$A (-> 65): 65^7 \pmod{187} \equiv 142$

Asymmetrischer Schlüssel - RSA



Ein Zeichen (z.B. Buchstaben) der Nachricht kann nun verschlüsselt und entschlüsselt werden.

e, N ist der **öffentlichen RSA-Schlüssel**.
d, N ist der **private RSA-Schlüssel**.

Verschlüsseln

$$V \equiv K^e \pmod{N}$$

Entschlüsseln

$$K \equiv V^d \pmod{N}$$

$$N = 187, e = 7, d = 23$$

$$H (-> 72): 72^7 \pmod{187} \equiv 30$$

$$30^{23} \pmod{187} \equiv 72 (-> H)$$

$$A (-> 65): 65^7 \pmod{187} \equiv 142$$

$$142^{23} \pmod{187} \equiv 65 (-> A)$$

Asymmetrischer Schlüssel -RSA



Das RSA-Verfahren – Anwendung

- wird nicht für komplette Datenverschlüsselung genutzt, weil es sonst zu lange dauert, sondern der Algorithmus wird meist nur zum Verschlüsseln von Schlüsseln verwendet.
Man kombiniert RSA mit einem symmetrischen Verfahren, mit RSA wird dann nur der Schlüssel verschlüsselt.
- RSA-Verschlüsselung bei PINs
- Internetverbindungen via SSL